

פתרון בגריות במתמטיקה לשאלון 582

פרק 5

פתרון בידאו של בחינות 2019

1	מועד חורף
5	קיץ מועד א
10	קיץ מועד ב

בגרות חורף 2019:

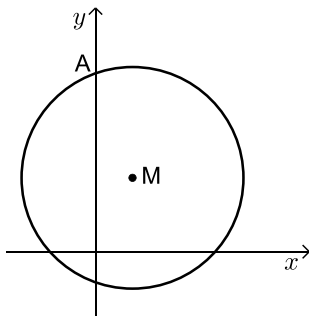
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(1) מעגל שמרכזו M חותך את החלק החיובי של ציר ה- y בנקודה A, כמתואר בציור שלפניך. ממרכז המעגל העבירו אנך לציר ה- y , החותך את הציר



בנקודה E. נתון כי: $AE = 6$.

נתון גם כי מרחק הנקודה M מראשית הצירים הוא מחצית מן האורך של רדיוס המעגל.

א. הוכח כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות M המקיימות את נתוני השאלה נמצא על אליפסה, ומצא את משוואתה.

נסמן ב- F_1 וב- F_2 את מוקדי האליפסה שאת משוואתה

מצאת בסעיף א. הנקודות D_1 ו- D_2 הן נקודות על האליפסה.

שיעור ה- y של D_1 חיובי ושיעור ה- y של D_2 שלילי.

ב. (1) מצא את השטח הגדול ביותר האפשרי עבור המרובע $F_1D_1F_2D_2$.

(2) האם קיים מרובע $F_1D_1F_2D_2$ בעל היקף גדול יותר? נמק.

(2) נתונה פירמידה OBCDE שבסיסה OBCD הוא ריבוע.

המקצוע OE מאונך למישור הבסיס.

נתון: $OE = 12$, $OD = 4$.

מיקמו את הפירמידה במערכת צירים כך שהנקודה O

היא ראשית הצירים והנקודות E, B, D נמצאות

על הצירים x , y , z בהתאמה (כמתואר בציור).

א. מצא את ההצגה הפרמטרית של הישר EC.

הנקודה N נמצאת על המקצוע EC. מן הנקודה N מורידים

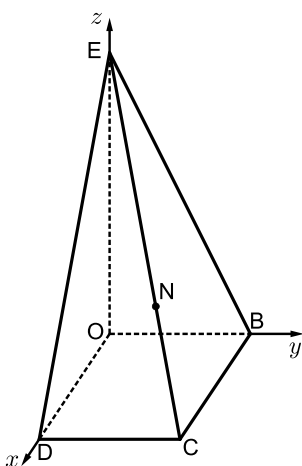
אנך לבסיס הפירמידה החותך אותו בנקודה F.

מרחק הנקודה F מציר ה- y הוא 3.

ב. מצא את שיעורי הנקודה N.

ג. מצא את גודל הזווית שבין המישור BCN ובין בסיס הפירמידה OBCD.

K היא נקודה על המקצוע EC כך ש-KOBCD היא פירמידה ישרה (OBCD בסיס הפירמידה).



- ד. מצא את ההצגה הפרמטרית של הישר שעליו מונח הגובה לבסיס מן הנקודה K. (3) ענה על הסעיפים הבאים :
- א. מצא את כל הפתרונות של המשוואה : $z^3 = \bar{z}$, $z \neq 0$, הוא מספר מרוכב.
- ב. (1) מצא את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות במישור גאוס המקיימות : $z^2 \cdot (\bar{z})^2 = 1$.
- (2) הראה כי כל הפתרונות של המשוואה בסעיף א נמצאים על המקום הגאומטרי שמצאת בתת-סעיף ב(1).
- ג. (1) את הנקודות שמתאימות לפתרונות המשוואה שמצאת בסעיף א מסובבים בזווית 45° (נגד כיוון השעון). נתון שכל אחת מן הנקודות המתקבלות לאחר הסיבוב מתאימה למספר המקיים את המשוואה : $z^4 = a$. מצא את a .
- (2) את הנקודות שמתאימות לפתרונות המשוואה שמצאת בסעיף א מסובבים בזווית α (נגד כיוון השעון). הוכח שסכום המספרים המתאימים לנקודות המתקבלות לאחר הסיבוב שווה ל-0.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקצית חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ($\frac{1}{3}$ נקודות)

- ענה על אחת מהשאלות 4-5.
- שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.
- (4) נתונה הפונקציה : $f(x) = \frac{e^{ax} - e^x}{e^{ax} - 3e^x + 2}$, a הוא פרמטר.
- לפונקציה יש אסימפטוטה אנכית $x = \ln 2$.
- א. מצא את a .
- הצב את הערך של a שמצאת, וענה על הסעיפים ב-ה.
- ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$ והראה כי עבור כל $x \neq 0$
- בתחום מתקיים : $f(x) = \frac{e^x}{e^x - 2}$.
- ג. (1) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.
- (2) מצא את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
- (3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

$$h(x) = \left| \frac{e^x}{e^x - 2} - \frac{1}{2} \right|$$

מגדירים פונקציה

ד. (1) רשום את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $h(x)$.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $h(x)$.

(3) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $h(x)$, על ידי ציר

ה- x ועל ידי הישר $x = \ln 8$ והישר $x = \ln 16$.

נתון: הפונקציה $h(x)$ סימטרית ביחס לישר $x = \ln 2$.

הנקודות A ו-B נמצאות על גרף הפונקציה $h(x)$, והן סימטריות ביחס לישר $x = \ln 2$.

שיעור ה- x של הנקודה A הוא $\ln 8$.

ה. מצא את שיעורי הנקודה B.

(5) $f(x)$ היא פונקציה גזירה לכל x בתחום ההגדרה שלה.

א. הראה שלפונקציה $f(x)$ ולפונקציה $e^{f(x)}$ יש נקודות קיצון באותם שיעורי x ,

ונקודות הקיצון האלה הן מאותו סוג (מינימום או מקסימום).

נתון כי: $f(x) = x \ln(x^n)$, n הוא פרמטר טבעי.

ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

התייחס לערכים שונים של n .

ג. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

התייחס לערכים שונים של n .

נתון: גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בשתי נקודות.

ד. (1) הראה כי הפונקציה $f(x)$ היא אי-זוגית.

(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן

(אם צריך - הבע באמצעות n).

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ עבור $n = 2$.

ה. היעזר בתשובתך על סעיף א, מצא את שיעורי נקודות הקיצון

של הפונקציה $e^{x \ln(x^n)}$ (n טבעי), וקבע את סוגן אם צריך - הבע באמצעות n).

תשובות סופיות:

(1) א. $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{9} = 1$ ב. $S_{F_1D_1F_2D_2} = 6\sqrt{3}$ (2) לא. היקף המרובע קבוע והוא $8\sqrt{3}$.

(2) א. $EC: \underline{x} = (0, 0, 12) + t(1, 1, -3)$ ב. $N(3, 3, 3)$

ג. 71.565° ד. $\underline{x} = (2, 2, 0) + s(0, 0, 1)$

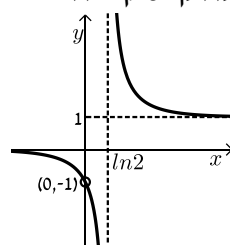
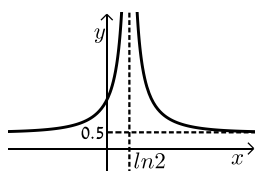
(3) א. $1, i, -1, -i$ ב. $x^2 + y^2 = 1$ (2) הוכחה.

ג. $a = -1$ (1) הוכחה.

(4) א. $a = 2$ ב. $x \neq \ln 2, x \neq 0$ ג. $y = 0, y = 1, x = \ln 2$ (1)

(2) עולה: איו, יורדת: $x < 0, 0 < x < \ln 2, x > \ln 2$

(3) להלן סקיצה: ד. $y = \frac{1}{2}, x = \ln 2$ (1) (2) להלן סקיצה:



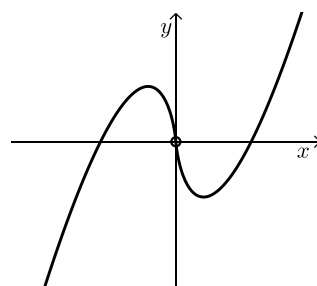
(3) 0.500724 ה. $B\left(-\ln 2, \frac{5}{6}\right)$

(5) א. הוכחה. ב. עבור n אי-זוגי: $x > 0$, עבור n זוגי: $x \neq 0$.

ג. עבור n אי-זוגי: $(1, 0)$, עבור n זוגי: $(-1, 0), (1, 0)$.

ד. (1) הוכחה. (2) $\max\left(-\frac{1}{e}, \frac{n}{e}\right), \min\left(\frac{1}{e}, -\frac{n}{e}\right)$

(3) להלן סקיצה:



ה. $\max\left(-\frac{1}{e}, e^{\frac{n}{e}}\right), \min\left(\frac{1}{e}, e^{-\frac{n}{e}}\right)$

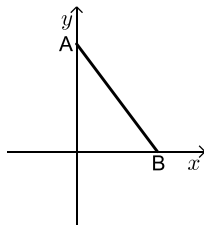
בגרות קיץ 2019 מועד א':

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



(1) אורך הקטע AB הוא 4.

נתון: הנקודה A נמצאת על ציר ה-y והנקודה B נמצאת על ציר ה-x (ראה ציור).

הנקודה M היא אמצע הקטע AB.

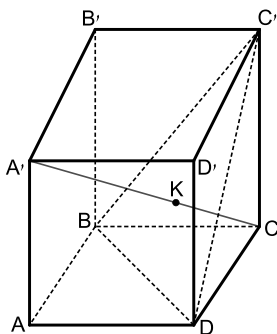
א. מצא את המשוואה של המקום הגאומטרי של כל הנקודות M שנבנו כך, וזהה את המקום הגאומטרי הזה.

נתון: הנקודה L נמצאת על הקטע AB כך ש- $\frac{AL}{LB} = t$ ש- $t > 0$. הוא פרמטר.

ב. הבע באמצעות t את המשוואה של המקום הגאומטרי של כל הנקודות L שנבנו כך, וזהה את המקום הגאומטרי הזה.

ג. בעבור איזה ערך של t המקום הגאומטרי שמצאת בסעיף ב מתלכד עם המקום הגאומטרי שמצאת בסעיף א? נמק.

ד. האם קיים $t > 0$ שבעבורו המקום הגאומטרי שמצאת בסעיף ב חותך את ציר ה-x בנקודה $(5,0)$? נמק.



(2) ABCDA'B'C'D' היא קובייה שאורך צלעה הוא 6 (ראה ציור). הנקודה B נמצאת על ראשית הצירים.

א. חשב את גודל הזווית שבין הקטע A'C' ובין הקטע BC'.

ב. הוכח שהישר A'C' מאונך למישור BC'D'. הנקודה K היא נקודת החיתוך של הישר A'C' עם המישור BC'D'.

ג. מצא את היחס $\frac{AK}{AC}$.

הנקודה O היא נקודת החיתוך של אלכסון הבסיס AC עם אלכסון הבסיס BD.

ד. הוכח שהנקודה K נמצאת על הקטע C'O.

(3) א. ענה על הסעיפים הבאים :

i. הוכח כי לכל מספר מרוכב z מתקיים $z \cdot \bar{z} = |z|^2$.

ii. הוכח כי אם המספר המרוכב z נמצא על מעגל היחידה, אז גם המספר $\frac{1}{z}$ נמצא על מעגל היחידה.

ב. ענה על הסעיפים הבאים :

i. הראה כי בעבור כל מספר מרוכב z הנמצא על מעגל היחידה,

הסכום $z + \frac{1}{z}$ הוא מספר ממשי.

ii. z_1 ו- z_2 הם מספרים מרוכבים הנמצאים על מעגל היחידה.

נתון כי הרכיבים המדומים של z_1 ו- z_2 הם חיוביים.

הוכח כי אם : $z_1 + \frac{1}{z_1} + z_2 + \frac{1}{z_2} > 2$ אז z_1 ו- z_2 נמצאים ברביע הראשון.

$w = 1 \cdot \text{cis}(\alpha)$ הוא מספר מרוכב. נתון : $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

נתונה סדרה הנדסית שהאיבר הראשון שלה הוא $\frac{1}{w}$ והאיבר השני הוא w .

נתון כי סכום 5 איברים הראשונים בסדרה ההנדסית שווה ל-0.

ג. ענה על הסעיפים הבאים :

i. הבע באמצעות α את מנת הסדרה, והסבר מדוע כל איברי הסדרה נמצאים על מעגל היחידה.

ii. מצא את α (מצא את שתי האפשרויות).

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות

ולוגריתמיות ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = \ln\left(\frac{e^x}{e^x + 1}\right)$ המוגדרת לכל x .

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ii. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

iii. מצא את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$ המקבילה לציר ה- x .

iv. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. הוכח כי $f(x) = x - \ln(e^x + 1)$.

ii. הסבר מדוע גרף הפונקציה $f(x)$ נמצא כולו מתחת לישר $y = x$.

ד. נתונה הפונקציה: $g(x) = \frac{1}{\sqrt{e^x + 1}}$ המוגדרת לכל x .

i. מה הם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה)?

ii. $a > 1$ הוא פרמטר.

היעזר בנגזרת הפונקציה $f(x)$ והראה כי נפח גוף הסיבוב של

השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי הצירים ועל ידי

הישר $x = \ln a$ שווה ל- $\pi \ln\left(\frac{2a}{a+1}\right)$.

פרט את חישוביך.

(5) נתונה משפחת הפונקציות: $f(x) = \frac{e^{-mx}}{1+x^2}$. m הוא פרמטר.

ענה על הסעיפים א-ב בעבור $m \geq 0$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מהו תחום ההגדרה של הפונקציות $f(x)$?

ii. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציות $f(x)$

(אם יש כאלה). נמק.

iii. נתון כי כל הפונקציות $f(x)$ מן המשפחה חותכות זו את זו בנקודה אחת.

מצא את שיעוריה.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

i. בעבור $m \geq 0$, מצא את הערכים של m שבעבורם הנגזרת $f'(x)$:

1. אינה מתאפסת בשום נקודה.

2. מתאפסת בנקודה אחת בדיוק.

3. מתאפסת בשתי נקודות בדיוק.

ii. בסוף השאלה נתונים שלושה גרפים (I-III) של פונקציות מן המשפחה $f(x)$

בעבור $m \geq 0$. ידוע כי $m \neq 1$ וכי כל אחד מן הגרפים מתאים לערך

או לטווח ערכים אחר של m .

התאם לכל גרף מבין השלושה את הערך או את טווח הערכים של m

המתאים לו. נמק.

ענה על סעיף ג. תוכל להיעזר בגרף המתאים מבין הגרפים I-III.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(-x)$ בעבור $0 < m < 1$.

תשובות סופיות:

(1) א. $x^2 + y^2 = 4$, מעגל קנוני ורדיוסו 2.

ב. $\frac{(t+1)^2 x^2}{t^2} + (t+1)^2 y^2 = 16$ או $\frac{x^2}{\left(\frac{4t}{t+1}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{4}{t+1}\right)^2} = 1$, אליפסה.

ג. $t = 1$ ד. לא.

(2) א. $\angle(A'C, BC') = 90^\circ$ ב. הוכחה. ג. $\frac{A'K}{A'C} = \frac{2}{3}$ ד. הוכחה.

(3) א. (i). הוכחה. א. (ii). הוכחה. ב. עבור $z = r \operatorname{cis} \theta$

ב. (i). $z + \frac{1}{z} = 2 \cos \theta$ ב. (ii). הוכחה. ג. (i). $q = \operatorname{cis} 2\alpha$

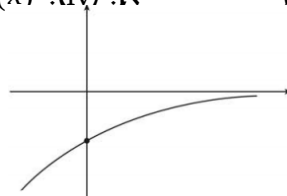
ג. (ii). $\alpha = \frac{\pi}{5}$ או $\alpha = \frac{2\pi}{5}$

(4) א. (i). אין חיתוך עם ציר x . חיתוך עם ציר y : $(0, -\ln 2)$

א. (ii). $f(x)$ שלילית לכל x , חיובית לאף x .

א. (iii). $v = 0$ א. (iv). $f(x)$ עולה לכל x , יורדת לאף x .

ב. סקיצה: ג. (i). הוכחה.



ג. (ii). הוכחה. ד. (i). $g(x)$ חיובית לכל x , שלילית לאף x .

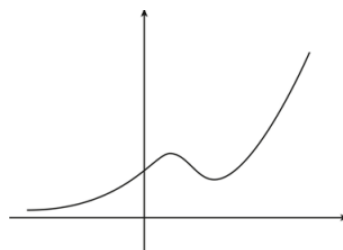
ד. (ii). הוכחה.

(5) א. (i). כל x . א. (ii). $f(x)$ חיובית לכל x , שלילית עבור אף x .

א. (iii). $(0, 1)$ ב. (i). (1). $m > 1$ (2). $m = 0$ (3). $0 < m < 1$

ב. (ii). גרף I: $0 < m < 1$. גרף II: $m > 1$. גרף III: $m = 0$.

ג. סקיצה:



בגרות קיץ 2019 מועד ב':

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

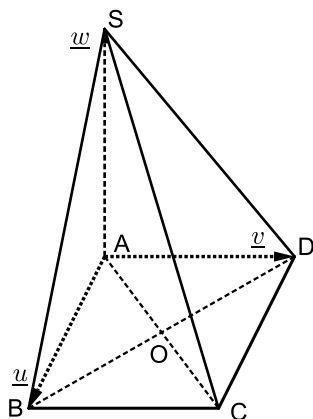
ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(1) נתון מעגל שמשוואתו היא $x^2 + y^2 = a^2$, a הוא פרמטר חיובי. הזיזו את המעגל ימינה (הזזה אופקית) כך שישק לציר ה- y .

- הבע באמצעות a את משוואת המעגל שהתקבל.
- בונים מעגל המשיק מבחוץ למעגל שהתקבל בסעיף א ומשיק גם לציר ה- y . שיעור ה- x של מרכז המעגל שבונים הוא חיובי. מצא את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאים מרכזי המעגלים הנבנים כך (אם יש צורך, השתמש ב- a).
- הישר $y = x + 3$ משיק בנקודה M למקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת בסעיף ב.
- מצא את a .
- רשום את שיעורי נקודת ההשקה של שני המעגלים האלה:
 - המעגל שהתקבל בסעיף א.
 - המעגל שנבנה כמתואר בסעיף ב ומרכזו הוא בנקודה M .

(2) נתונה פירמידה $SABCD$, שבסיסה $ABCD$, הוא ריבוע (ראה ציור). הנקודה O היא נקודת חיתוך אלכסוני הבסיס. הנקודה P היא נקודה על הקטע SD , והיא מקיימת: $\overrightarrow{SP} = t \cdot \overrightarrow{SD}$, $t > 0$. נסמן: $\overrightarrow{AS} = \underline{w}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$.



- הבע את הווקטור $\overrightarrow{OP}$ באמצעות $\underline{w}$, $\underline{v}$, $\underline{u}$ ו- t .
- מצא בעבור איזה ערך של t , OP מקביל למישור הפאה SAB .
- נתון: אורך צלע הריבוע $ABCD$ הוא 4, AS מאונך לבסיס הפירמידה, $AS = 4\sqrt{2}$. הנקודה A היא ראשית הצירים. הנקודות B, D ו- S נמצאות על החלק החיובי של הצירים x, y ו- z בהתאמה.
- מצא בעבור אילו ערכים של t , הישר OP יוצר זווית של 45° עם מישור הפאה SAD .
- הנקודה T נמצאת על הקטע SC כך ש- $TABCD$ היא פירמידה ישרה.
- מצא את נפח הפירמידה $TABCD$.

- (3) נתונה סדרה הנדסית שהאיבר הראשון שלה הוא 1 והאיבר השני שלה הוא iz (z מספר מרוכב). נתון כי הסדרה איננה קבועה.
- א. ענה על הסעיפים הבאים:
- i. רשום את חמשת האיברים הראשונים של הסדרה (אם יש צורך, הבע באמצעות z).
- ii. הוכח כי סכום חמשת האיברים הראשונים בסדרה שווה ל- $\frac{z^5 + i}{z + i}$.
- ב. ענה על הסעיפים הבאים:
- i. מצא את כל הפתרונות של המשוואה $z^5 = -i$ (z הוא מספר מרוכב).
- ii. מצא את כל הפתרונות של המשוואה $1 + iz - z^2 - iz^3 + z^4 = 0$ (z הוא הנקודה A נמצאת ברביע השלישי במישור גאוס, והיא מתאימה לאחד מפתרונות המשוואה שפתרת בתת-סעיף ב (ii)).
- ABO הוא משולש שווה צלעות במישור גאוס (O – ראשית הצירים).
- ג. מצא את המספר המרוכב המתאים לנקודה B (מצא את שתי האפשרויות).

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4 נתונה הפונקציה: $f(x) = \ln(x^2 + ax + 1)$.

a הוא פרמטר, $-2 < a < 2$.

א. הראה שהפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל x .

ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

(אם יש צורך, הבע באמצעות a).

ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה.

(אם יש צורך, הבע באמצעות a).

ד. בסוף השאלה מוצגים שלושה גרפים (I-III) המתארים את גרף

הפונקציה $f(x)$ כתלות בפרמטר a . כל אחד מן הגרפים מתאים לאחד

מן התחומים (1)-(3) של a :

$$(1) 0 < a < 2$$

$$(2) -2 < a < 0$$

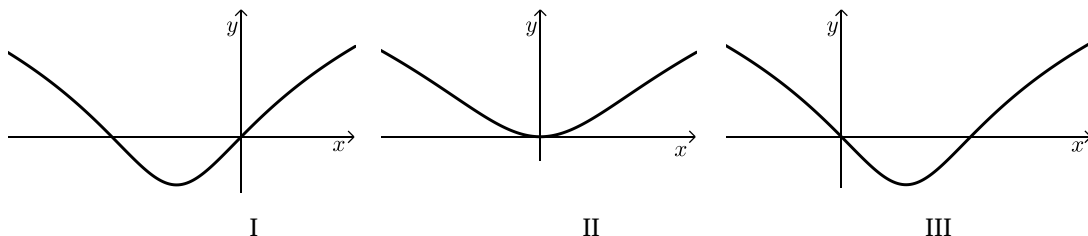
$$(3) a = 0$$

כתוב איזה מתחומי הערכים (1)-(3) מתאים לכל אחד מן הגרפים.

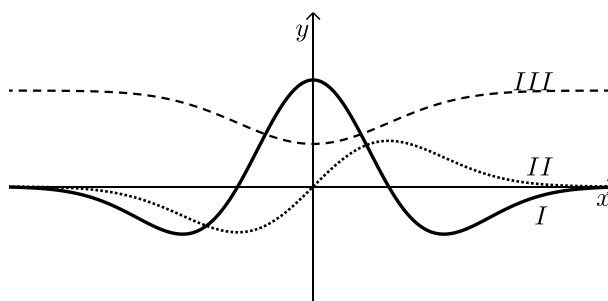
ענה על סעיף ה בעבור a המקיים $-2 < a < 0$.

נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- x .

ה. הבע באמצעות a ו- S את האינטגרל: $\int_0^{-a} \ln(4x^2 + 4ax + 4) dx$.



- 5) לפניך סרטוט המתאר את הגרפים של הפונקציות f , f' , f'' המוגדרות לכל x .
הגרף III נמצא כולו מעל לגרף II.



- א. התאם כל אחד מן הגרפים I, II, III לפונקציות f , f' , f'' . נמק את קביעתך.
הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ והנקודה B נמצאת על גרף הפונקציה $f'(x)$, כך שהקטע AB מקביל לציר ה- y .
נתון כי: $f'(x) = x \cdot e^{-x^2}$.
ב. מצא בעבור איזה ערך של x אורך הקטע AB יהיה מינימלי, ובעבור איזה ערך של x אורך הקטע AB יהיה מקסימלי.
נתון כי האורך המקסימלי של הקטע AB שווה ל- $1 + \frac{1}{2e}$.
ג. מצא את הפונקציה $f(x)$.

תשובות סופיות:

(1) א. $(x-a)^2 + y^2 = a^2$ ב. $x \neq 0, y^2 = 4ax$ ג. $a = 3$

ד. $(3,3)$

(2) א. $\vec{OP} = -\frac{1}{2}\vec{u} + \left(t - \frac{1}{2}\right)\vec{v} + (1-t)\vec{w}$ ב. $t = \frac{1}{2}$

ג. $t = 1, t = \frac{2}{3}$ ד. $V = \frac{32\sqrt{2}}{3}$

(3) א. א. (i). $1, iz, -z^2, -iz^3, z^4$ א. (ii). הוכחה.

ב. (i). $\text{cis}54^\circ, \text{cis}126^\circ, \text{cis}198^\circ, \text{cis}270^\circ, \text{cis}342^\circ$

ג. $\text{cis}138^\circ, \text{cis}258^\circ$ ב. (ii). $\text{cis}54^\circ, \text{cis}126^\circ, \text{cis}198^\circ, \text{cis}342^\circ$

(4) א. הוכחה. ב. $(-a,0), (0,0)$

ג. $\min\left(-\frac{a}{2}, \ln\left(1 - \frac{a^2}{4}\right)\right)$ ד. I (1) ד. III (2) ד. II (3)

ה. $-a \ln 4 - S$

(5) א. f : III f' : II f'' : I

ב. $x = -1$ אורך מקסימלי. $x = \frac{1}{2}$ אורך מינימלי.